

# **PROGRAMA OLIMPIADEI DE MATEMATICĂ**

## **pentru clasele IX-XII în anul școlar 2016 - 2017**

### **la faza județeană și la faza națională**

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară, ce apar în acest text, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă fără demonstrații.

#### **CLASA a IX-a**

- Etapa județeană:

##### **ALGEBRĂ**

- 1. Elemente de logică și teoria mulțimilor.**
- 2. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale.**
- 3. Funcții. Lecturi grafice.**
- 4. Funcția de gradul întâi.**
- 5. Funcția de gradul al doilea.**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :**

- Ecuatii în numere întregi :  $ax + by = c$ ;  $x^2 + y^2 = z^2$  ;
- Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi. Algoritmul lui Euclid;
- Congruențe modulo  $n$ . Teoremele : Fermat, Wilson;
- Mulțimi. Principiul includerii și excluderii;
- Inegalitatea mediilor. Inegalitatea lui Cauchy-Buniakovski. Inegalitatea lui Holder.
- Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebîșev;
- Funcții injective, surjective, bijective;
- Recurențe liniare de ordinul I și II .

##### **GEOMETRIE și TRIGONOMETRIE**

- 1. Vectori în plan.**
- 2. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană.**
- 3. Elemente de trigonometrie.**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană:**

- Teoreme de geometrie clasică. Teorema lui Stewart. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simson;
- Puncte și linii importante;
- Teoreme de concurență și coliniaritate;
- Relații metrice.

- Etapa națională:

##### **ALGEBRĂ**

**Toată materia**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :**

- Mulțimi numărabile și nenumărabile ( $\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}$  sunt numărabile și  $\mathbf{R}$  este nenumărabilă).
- Densitatea în  $\mathbf{R}$  a mulțimilor  $\mathbf{Q}$  și  $\mathbf{R}/\mathbf{Q}$ . (orice interval deschis de numere reale conține atât

numere iraționale cât și numere raționale). Teorema de densitate a lui Kronecker (dacă  $a$  este irațional, mulțimea valorilor șirului  $\{an\}$  este densă în  $[0,1]$ ).

Indicatorul lui Euler:  $\varphi(n)$  = numărul numerelor prime cu  $n$ , mai mici decât  $n$ ; teorema lui Euler

## **GEOMETRIE si TRIGONOMETRIE**

### **Toată materia**

**Notă.** Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de evaluare.

## **CLASA a X-a**

### **· Etapa județeană:**

#### **ALGEBRĂ**

##### **1. Mulțimi de numere**

##### **2. Funcții și ecuații**

##### **3. Metode de numărare**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :**

- Convexitate în sensul lui Jensen, inegalități deduse din convexitate

#### **GEOMETRIE**

### **Toată materia**

### **· Etapa națională:**

#### **ALGEBRĂ**

### **Toată materia**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională:**

#### **Polinoame**

- C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. și algoritmul lui Euclid pentru polinoame;
- Teorema fundamentală a algebrei. Teorema lui Bezout;
- Rădăcini multiple;
- Polinoame ireductibile;
- Relații între rădăcini și coeficienți;
- Polinoame simetrice, teorema fundamentală a polinoamelor simetrice, sumele lui Newton.

#### **GEOMETRIE**

### **Toată materia**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională:**

- Elemente de geometrie în spațiu: Geometria tetraedrului, Poliedre
- Mulțimi convexe, înfășurătoarea convexă. Teorema lui Helly.

**Notă.** Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de evaluare.

## CLASA a XI-a

· Etapa județeană:

### ALGEBRĂ SI GEOMETRIE

**1. Elemente de algebră liniară și geometrie analitică (până la rezolvarea sistemelor liniare – exclusiv)**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :**

- Descompunerea unei permutări în produs de cicli disjuncți, respectiv transpoziții;
- Determinantul de ordin  $n$ ;
- Ecuația caracteristică a unei matrice; Teorema Hamilton-Cayley;
- Rangul unei matrice din  $M_{n,m}(C)$ ;
- Inegalitatea lui Sylvester asupra rangului produsului a două matrice;

### ANALIZĂ MATEMATICĂ

**1. Mulțimea numerelor reale.**

**2. Șiruri de numere reale.**

**3. Limite de funcții.**

**4. Funcții continue**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :**

- Mulțimi dense în  $\mathbf{R}$ , lema intervalului închis (Cantor) Numărabilitate, numărabilitatea lui  $\mathbf{Q}$ , nenumărabilitatea lui  $\mathbf{R}$ ;
- Puncte limită pentru șiruri;
- Discontinuități de prima și a doua speță;
- Continuitate uniformă;
- Funcții cu proprietatea valorii intermediare (proprietatea lui Darboux).
- 

· Etapa națională:

### ALGEBRĂ SI GEOMETRIE

**Toată materia**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :**

- Polinom caracteristic, valori proprii;
- Sisteme liniare de  $m$  ecuații cu  $n$  necunoscute.

### ANALIZĂ MATEMATICĂ

**Toată materia**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :**

- Teorema lui Darboux;
- Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange.

**Notă.** Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

## **CLASA a XII-a**

### **· Etapa județeană:**

#### **ALGEBRĂ**

##### **1. Elemente de algebră (până la Corpuri - inclusiv)**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :**

- Grupuri finite. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy;
- Morfisme de structuri (semigrup, monoizi, etc);
- Grupuri finite generate;
- Grupul permutărilor, cicluri, descompunerea în produs de cicluri disjuncte;
- Subgrupuri clasice (centrul unui grup, centralizatorul unei mulțimi, nucleul și imaginea unui morfism);
- Elemente nilpotente și elemente idempotente;
- Orice corp finit este comutativ.

#### **ANALIZĂ MATEMATICĂ**

##### **1. Elemente de analiză matematică (până la Centre de greutate - inclusiv)**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :**

- Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate;
- Mulțimi neglijabile Lebesgue. Criteriul lui Lebesgue

### **· Etapa națională:**

#### **ALGEBRĂ**

**Toată materia**

#### **ANALIZĂ MATEMATICĂ**

**Toată materia**

**Notă.** Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.